

ORBITA PLANETEI TRANSPLUTONIENE X_1

VICTOR NADOLSCI

1. Istoric. A trecut un secol de când Camille Flammarion sugera (în 1879) ideea de a se căuta planete transneptuniene prin studiul distribuției afeliilor cometelor periodice. În anul următor (1880) George Forbes publica în Proc. of the Royal Soc. of Edinburgh un memoriu privind afeliile cometelor care ar putea fi asociate cu orbitele unor planete încă nedescoperite. Cu ocazia apariției cometei 1869-III, C. Flammarion atrage atenția astronomilor asupra ideii că această cometă, precum și cometa 1862-III, ar fi putut să fie „captate” de o planetă necunoscută având semiaxa mare cuprinsă între 47,6 și 49,8 u.a. Ceva mai târziu, într-o nouă ediție a cărții „L'Astronomie Populaire” (1890), C. Flammarion propune pentru planeta transneptuniană o distanță de la Soare = 45 u.a. (distanța medie Pluton-Soare este de numai 39,5 u.a.). Se pare că Flammarion n-a mai revenit asupra problemei. El a decedat în 1925 — cu 5 ani înainte de descoperirea lui Pluton.

În 1900 G. Forbes reia chestiunea planetei transneptuniene combinând ideea flammarioneană cu problema perturbațiilor reziduale suferite de Uranus și Neptun. El îi atribuie lui „Transneptun” o distanță la Soare de circa 100 u.a. și o perioadă de cum 1000 de ani. Forbes consideră că, pentru a putea produce perturbații observabile asupra lui Uranus și Neptun, ipotetica planetă ar trebui să posede cel puțin masa lui Jupiter în care caz, având și volumul și albedo asemănător, ar putea fi încă observabilă de pe Pământ deși iluminarea ei din partea Soarelui ar fi extrem de slabă.

Între 1900—1905 astronomul Gaillot de la Observatorul din Paris propune două planete transneptuniene: prima cu o semiaxa mare de 45 u.a. iar cealaltă de 60 u.a. Americanul Th. J. Jackson See „prezintă” cam în același timp, trei planete transneptuniene: „Oceanus” la o distanță de Soare de 41,25 u.a. (deci apropiată de orbita lui Pluton) având o perioadă de 272 de ani, „Trans-Oceanus” la 56 u.a. (perioadă = 420 ani) și „Trans-trans-Oceanus” la 72 u.a. (valoare apropiată de cea propusă pentru X_1 din prezenta lucrare) cu perioada de circa 610 ani. Dar, dintre toate aceste încercări — cea mai interesantă, după părerea

noastră, este cea publicată în 1902 de germanul Theodor Grigull (Münster) în care se propune o planetă de dimensiunile lui Uranus aflată la o distanță medie de 50 u.a. de Soare (perioada = 360 ani). Metoda lui Grigull, pe care o folosim și noi în prima parte a lucrării de față, este exemplificată de autor prin aplicarea ei la Neptun (exemplul publicat în 1930 — după descoperirea lui Pluton). Cităm după rezumatul publicat în cartea [1] a lui W. Ley :

„Aven cometa 1852-IV cu perioada de 61,73 ani cu afeliu la 29,4 u.a. Cometa a trecut la periheliu în 1852, deci, cu mai înainte cu o $\frac{1}{2}$ de revoluție — ea a trecut prin afeliu : la 1821. Treccerile afeliice mai vechi au avut loc în 1759, 1697, 1636 etc. Longitudinea heliocentrică a afeliului său este de 224° . Dacă s-ar cunoaște data captării — problema ar fi rezolvată. Dar, să continuăm : Cometa 1846-IV are o perioadă de 75,71 ani, afeliul său fiind la 35 u.a. și longitudinea heliocentrică a afeliului de 270° . Ea și-a traversat afeliul în 1808, 1732, 1657 etc. Dacă se compară datele trecerilor afeliice ale acestor două comete — se găsesc doi ani destul de apropiați între ei : 1636 și 1657. Intervalul de timp este de 21 ani — distanța unghiulară dintre afelii fiind de 46° . Dacă presupunem (aici se află ipoteza esențială a lui Grigull) că planeta necunoscută a captat ambele comete în acești ani — mișcându-se pe o orbită suficient de apropiată de afeliile cometelor — atunci mișcarea orbitală a planetei ar fi de $2^\circ,25$ pe 1 an. Dar unde oare ar trebui să se găsească planeta Neptun (presupusă ca fiind încă nedescoperită) în anul 1930 ? Cum de la 1636 și 1657 au trecut, până în 1930, respectiv 294 și 273 de ani, deplasarea planetei va fi de atâtea ori câte $2^\circ,25$ ceea ce ne dă $661^\circ,50$ și $614^\circ,25$. Aceste valori se adună la longitudinile afeliilor, obținându-se $885^\circ,5$ respectiv $884^\circ,25$ sau, reducând la primul cerc : $165^\circ,50$ și $164^\circ,25$.”

Pe vremea lui Grigull se cunoșteau cinci comete de acest fel : 1) Cometa din 1812 (perioada = 71,56 ani, afeliul = 273°) — captată, probabil, în anul 1490 ; 2) Cometa din 1815 (perioada = 74 ani, afeliul = 329°) captată, probabil, în 1704 ; 3) Cometa 1847-V (perioada = 72,2 ani, afeliul = 260°) — plus cele două comete menționate în citatul de mai sus. Calculându-se pozițiile planetei ipotetice (după legea III a lui Kepler) se găsesc următoarele longitudini (pentru 1930) :

Din Cometa 1812	183°,00
„ „ 1815	117°,50
„ „ 1846-IV	164°,25
„ „ 1847-V	131°,75
„ „ 1852-VI	165°,50

Media aritmetică a acestor poziții este de $152^\circ,40$ iar Neptun a traversat această longitudine spre sfârșitul lunii martie 1930. Considerăm-

du-se marea dispersie a valorilor individuale rezultatul de mai sus ar putea fi considerat doar ca o simplă coincidență întâmplătoare — și totuși ei ar putea indica și o cale de urmat în viitor. Alte valori, pentru Neptun, ce s-au putut deduce, din acest calcul — sint perioadă de 160 de ani și distanța medie la Soare de 29,47 u.a. — valorile reale fiind $P = 165$ ani și $a = 30$ u.a. Să fie și aici doar o coincidență întâmplătoare? E foarte puțin probabil să fie așa! (Aceste din urmă date au fost publicate de Th. Grigull la 5 aug. 1930).

Trecînd de la Neptun la o planetă transneptuniană, Grigull scria încă în 1921: „Admițîndu-i perioada de 330 de ani — poziția probabilă (pentru 1920) ar fi de 72° longitudine heliocentrică; cu o perioadă de 330 ani — poziția ar fi de 99° . Se admite aici, ca și pentru celelalte planete, că înclinația planului orbitei față de ecliptică — ar fi mică”.

Planeta lui Grigull (în ipoteza a 2-a cu privire la perioadă) ar fi, în 1930 la o longitudine de 109° . Pluton a fost găsit (observațional-fotografic) de Cl. Tombaugh în noaptea de 18.11.1930 la o longitudine de 108° . Să fie și aici o simplă întâmplare? Credem că Grigull era perfect îndreptățit să se considere ca unul dintre „prezicătorii” lui Pluton (alături de Percival Lowell și alții care se bazau, mai ales, pe calculul perturbațiilor).

După cercetarea lui Th. Grigull trebuie menționate și lucrările lui W. Pickering (A Search for a Planet beyond Neptune; Ann. Astr. Observ. Harv. Coll. vol. LXI, 1909) și a lui P. Lowell (Memoir on a Transneptunian Planet; Lynn. Mass., 1915). Nu ne vom opri prea mult asupra acestor lucrări care constituie, sub forme diferite, reeditări ale metodei lui Leverrier care stimulase, în 1846, descoperirea lui Neptun. (Nu se mai poate susține astăzi — cînd toate amănuntele istorice sint perfect cunoscute — mitul „descoperirii lui Neptun prin calcul” sau „din virful peniței”. Ca să nu mai discutăm aici această chestiune este suficient să comparăm datele privind pozițiile reale ale lui Neptun cu cele deduse din orbita lui Leverrier :

Anul	L°	R (u.a.)	L°	R (u.a.)
1800	$226^\circ 4'$	30,30	$231^\circ 34'$	33,57
1820	$268^\circ 52'$	30,23	$271^\circ 28'$	32,35
1840	$312^\circ 17'$	30,06	$312^\circ 36'$	32,33
1860	$356^\circ 14'$	29,27	$351^\circ 17'$	34,26

Primele două coloane L° și R se referă la pozițiile reale — cele din ultimele două coloane — la cele calculate din elementele lui Leverrier. Se vede suficient de clar că celebra „concordanță a teoriei cu observația” care i-a permis lui Galle să constate, de la prima încer-

care, existența faptică a „planetei lui Leverrier” se datorează, în realitate, întâmplării. Concordanța este excelentă în preajma anului 1840., deteriorându-se înainte și după această dată. Metoda lui Leverrier era, desigur, corectă — dar problema era a priori nedeterminată. Ca s-o „determine” Leverrier face o ipoteză nejustificată: el admite valabilitatea trans-uraniană a „legii” lui Titius-Bode! În plus, mai admite că planeta necunoscută s-ar mișca în planul eclipticii cînd, în realitate, înclinația planului orbitei sale este de aproape 2° .

Pickering simplifică metoda leverrieriană prin procedee grafice, Lowell folosește calcule mai riguroase. Planeta transneptuniană Pluton (numită așa spre a se continua nomenclatura mitologică dar și pentru a se eterniza inițialele lui Percival Lowell...) a fost descoperită de Cl. Tombaugh după moartea calculatorului survenită în 1916. Era ea însă planeta prevăzută de P. Lowell? Desigur că nu: Iată datele lui Lowell comparate cu cele reale:

	Lowell:	Real:
Perioada (ani)	282	247,7
Excentricitatea	0,202	0,249
Long. perih.	$204^\circ,9$	$223^\circ,2$
Inclinația	10°	$17^\circ,14$
Semiaxa mare	43 u.a.	39,6 u.a.

Descoperirea observațională a lui Tombaugh se datorează și ea unei întâmplări — reeditînd succesul, din 1846, al lui Galle: În 1930 Pluton se găsea aproape de nodul orbitei sale, deci rolul jucat de marea s-a înclinație se reducea la minimum.

S-ar mai putea continua acest istoric: În 1942 R. Richardson deduce o orbită asemănătoare cu cea a lui Grigali din 1902 din perturbațiile constatate în mișcarea cometei Halley (1910-II). În 1950 K. Schütte (München) stabilește existența a două familii de comete cu afelii transneptuniene: familia lui Pluton (cu 5 comete) și familia lui Trans-Pluton (cu 8 comete) — ultima divizîndu-se în două subfamilii: una cu longitudinile afeliilor situate în jurul a 24° și cealaltă cu afeliile grupate în pre 154° . Afeliile familiei lui Pluton se află în intervalul (47,8—59,0 u.a.), afeliile familiei lui Trans-Pluton fiind între (75,3—89,1 u.a.). Cu excepția cometei C. Peters (1957) — toate celelalte comete din

ultima grupă au Q (distanțe afelice) mai mari cu câteva u.a. decît 77,2 u.a. — distanța ce urmează celei a lui Neptun în șirul Titius-Bode. După Schütte — distanța Trans-Pluton—Soare ar fi de circa 100 u.a. Se pare că și înclinația planului orbitei trebuie să fie mare... Dar, după cum subliniază W. Ley în lucrarea citată — argumentația este slabă și, adăugăm noi, rezultatele sînt prea vagi ca să se poată preciza orbita și efemerida ipoteticei planete. Acelaș lucru s-ar putea spune și despre alte câteva încercări, mai recente — bazate pe problema (nedeterminată) a perturbațiilor și de suplimentarea nedeterminării prin ipoteze greu admisibile.

Prezenta încercare se bazează pe un număr de ipoteze (postulate) acceptabile, pe ideea inițială a lui Th. Grigull, și pe o metodă originală permițînd calculul elementelor orbitale.

2. Ipoteze de bază.

A. Există familii de comete ale căror afeliu se grupează în jurul orbitelor planetelor mari (Ipoteza lui C. Flammarion, verificată pentru planetele cunoscute: Jupiter, Saturn, Uranus, Neptun și Pluton; nu există motive pentru a nega existența unor familii cometare afiliate unor planete transplutoniene)

Cu privire la geneza acestor familii se poate imagina fie mecanismul captării (P. Laplace, G. Newton, F. Tisserand și alții) — fie cel al erupției (A. Crommelin, R. Proctor, S. Vsehsviatski și alții). Natura fizică a acestui proces de geneză nu ne interesează în cele ce vor urma. Vom prefera să vorbim, la nevoie, despre „coliziunea” cometei cu planeta — înțelegînd prin acest termen, indiferent, fie o apropiere suficientă pentru realizarea „captării” fie lansarea cometei de pe planetă.

B. Dacă în șirurile datelor de trecere la afeliu a două comete există doi ani apropiați — atunci vom admite că aceștia sînt ani coliziilor cu planeta. (Ipoteza lui Th. Grigull, folosită de el în considerațiile semnalate mai sus cu privire la Neptun și Pluton; o vom folosi pentru a stabili primele date referitoare la planeta căutată).

C. Distanța medie planeta—Soare este mai mică decît media distanțelor afelice ale cometelor din familia respectivă. (Fapt constatat empiric pentru familiile planetelor cunoscute. Il vom extrapola și la familiile cometare ale ipoteticelelor planete transplutoniene).

D. Planul orbitei planetei posedînd o familie de comete este un plan trecînd prin origină (centrul Soarelui) și fiind cel mai apropiat posibil de afeliile cometelor respective. (Ipoteza noastră, verosimilă întrucît asigură o interacțiune mai îndelungată dintre planeta și cometele ea ne permite determinarea elementelor Ω și i ale orbitei planetei).

E. Forma orbitei planetei este asemenea (în sensul geometric — afin al termenului) cu elipsa cea mai apropiată (în sens probabilistic) de afeliile cometelor. Ea are totuși un a mai mic (și deci și P mai mic), spre a fi în concordanță cu ipoteza (C). (Este cea de-a doua ipoteză a

noastră — permitând evaluarea cea mai probabilă a elementului q (= excentricitatea). Este și ea tot atât de verosimilă ca și ipoteza precedentă (D). Desigur, atât pentru (C) cât și pentru (D) nu se va considera că distribuția afeliilor Q ar determina poziția planului orbitei planetei și forma acesteia ci invers : această poziție și această formă — pre-existente — determină distribuția adecvată a afeliilor. Vom considera deci că, spre a se verifica postulatul empiric (C), nu orbita inițială a planetei este cea care se restrânge ci distribuția afeliilor se va dilata corespunzător. Cauza acestei dilatări rămâne, desigur, necunoscută — ceea ce nu afectează valabilitatea calculului noastre.

3. Alegerea cometelor și aplicarea metodei Crigull.

Într-o lucrare precedentă (Anexa la Catalogul [2] de comete periodice) am considerat drept formind familia F_x a planetei transplutoniene necunoscute X_1 — cometele cu $\log Q_i \in (1,85-2,05)$ intervalul conținând 14 comete C_i ($i = 1, 2, \dots, 14$). O considerare mai atentă a acestei mulțimi ne face însă s-o subîmpărțim în trei submulțimi : Prima caracterizată prin condiția 73,13 u.a. $\leq Q_i \leq 83,72$ u.a. și cuprinzând 4 comete ; cea de-a doua cu 87,42 u.a. $\leq Q_i \leq 89,14$ u.a. formată din 3 comete și ultima cu 99,41 u.a. $\leq Q_i \leq 110,43$ u. a. incluzind 7 comete.

Fiecare dintre aceste subfamilii îi poate corespunde o planetă generatoare. Le vom considera într-un memoriu viitor (împreună cu alte familii de comete avind Q_i mai mari) consacrat studiului configurației sistemului planetar transplutonian. Aici ne vom limita la deducerea elementelor orbitale probabile ale primei planete transplutoniene (X_1) — celei caracterizate de prima subfamiliei cometară indicată mai sus. Concret avem (în ordinea lui Q_i crescător) :

Tabel 1

	C_1	C_2	C_3	C_4
	Giacobini 1905-III	Peters 1857-III	Dodwell 1932-X	Brooks 1885-III
T	1905,259	1857,647	1932,998	1885,610
P	226,20	235,65	264,86	274,49
P/2	113,10	117,83	132,43	137,24
Q_i	73,134	75,350	80,768	83,722
L_0	336°,685	202°,935	227°,658	51°,141
B_0	+1°,156	+0°,514	+12°,931	-35°,704
i	40°,205	32°,763	24°,502	51°,103

Momentele trecerilor succesive la afelii sînt date, în ani gaussieni, în tabelul 2 :

Tabel 2

C_1	C_2	C_3	C_4
2018,359	1975,467	2065,426	2123,230
1792,159	11739,817	1800,568	1748,37
1565,959	1504,167	1535,708	1473,51
1339,759	1268,517	1270,848	1198,65
1113,559	1032,867	1005,988	923,79
887,359	797,217	741,128	648,93
661,159	561,567	476,268	374,07
434,959	325,917	211,408	91,21
208,759	90,267		

Media distanțelor efelice $\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 Q_i = 78,24$ u.a. diferă puțin de valoarea 77,2 u.a. din șirul Titius-Bode. Nu vom reține însă această valoare ci, pentru calculul perioadei P_x a planetei (X_1) — valoarea $a_x = 75,00$ u.a. Ne îndepărtăm astfel de valoarea Titius-Bode dar satisfacem mai bine postulatul (C). De altfel, o modificare chiar și cu 2—3 u.a. nu modifică, ulterior, pozițiile geocentrice ale planetei — ceea ce se poate vedea și din exemplele lui Leverrier și Lowel indicate mai sus.

Valoarea de 75,00 u.a. este mai mare decît prima valoare ($Q_1 = 73,13$ u.a.) din tabelul 1 — dar este mai mică decît celelalte trei valori ($Q_2 = 75,350$, $Q_3 = 80,768$ și $Q_4 = 83,722$) din acelaș tabel — și mai mică cu 3,24 u.a. decît media valorilor Q_i .

Perioada planetei X_1 se calculează din relația

$$\log P_x = \frac{3}{2} \log a_x$$

care exprimă, sub forma logaritmică, legea III a lui Kepler (P_x — în ani gaussieni, a_x — în u.a.).

Avem : $\log a_x = ,187506$ și deci $\log P_x = 2,86259$

(1) $P_x = 728,767$ ani gaussieni.

(Am folosit aici și vom folosi în continuare tabelele de logaritmi cu 5 zecimale care ne oferă o precizie suficientă; desigur s-ar obține o precizie mai mare calculându-se cu 7 zecimale sau cu valorile naturale (calculator mecanic sau electronic) dar sporul de precizie ar fi cu totul iluzoriu: urmărind doar să obținem o orbită și o efemeridă prealabile care, eventual, să permită observarea efectivă a lui X_1 . O orbită precisă urmînd a fi determinată ulterior (din 3 sau mai multe poziții observate ale lui X_1) prin procedee clasice. Din același motiv vom renunța, în calculul elementelor, la corecțiile de precesie și de nutație — mici pentru intervale de timp nu prea mari).

Din (1) obținem mișcarea medie anuală în longitudine:

$$(2) \quad M_z = 360^\circ : 728,767 = 0^\circ,495/1 \text{ an}$$

precum și

$$(2') \quad 1/M_z = 2^h,016/1^\circ.$$

Pozițiile de colizie dintre X_i și C_i ($i = 1, \dots, 4$) sînt:

$$L_2 = 202^\circ,935 \text{ luată la data } 1268,517$$

$$L_3 = 227^\circ,658 \text{ luată la data } 1318,359$$

$$L_1 = 336^\circ,689 \text{ luată la data } 1537,865$$

$$L_4 = 51^\circ,141 \text{ luată la data } 1686,960$$

Așa dar, ținîndu-se seama de valorile (1), (2) și (2') — anii succesivi posibili pentru poziții Q_i de colizie sînt:

Tabel 3

Q_2	Q_3	Q_1	Q_4
1997,284	2047,126	2266,632	2415,728
1268,517	1318,359	1537,865	1686,920
+539,750	+589,592	809,098	958,193
-189,017	-139,175	+80,331	+239,426
.....		-648,436	-399,341

Comparînd datele tabelului 3 cu cele din tabelele 1 și 2 — vom accepta pentru momente de colizie posibile:

$$\text{Pentru } Q_1 \dots\dots\dots 1565,950$$

$$\text{" } Q_4 \dots\dots\dots 923,790$$

ambele aceste date, precum și cele acceptate anterior :

Pentru Q_2 1268,517

și „ Q_3 1270,848 ;

În-am subliniat în tabelul 2.

Până acum s-a aplicat întocmai procedeul lui Grigull. Prin aceeași metodă calculăm și efemerida heliocentrică în longitudine pentru X_1 pentru intervalul 1980,0—1995,0 (din an în an) :

Pentru 1980,0 :

(C_1) (1980,0—1565,959). $0^\circ 495 + 336^\circ 689 - 360^\circ = 181^\circ 639$.

(C_2) (1980,0—1268,517). $0^\circ 495 + 202^\circ 935 - 360^\circ = 195^\circ 099$.

(C_3) (1980,0—1270,848). $0^\circ 495 + 227^\circ 658 - 360^\circ = 218^\circ 688$.

(C_4) (1980,0— 923,790). $0^\circ 495 + 51^\circ 141 - 360^\circ = 213^\circ 964$.

Media acestor valori este de $202^\circ 368$.

De aici, prin adunarea succesivă a mișcării medii anuale, se obține efemerida propusă :

Tabel 4

Anul	L_x	Anul	L_x
1980,0	202°,368	1988,0	206°,328
1981,0	202,863	1989,0	206,823
1982,0	203,358	1990,0	207,318
1983,0	203,853	1991,0	207,813
1984,0	204,348	1992,0	208,308
1985,0	204,843	1993,0	208,803
1986,0	205,338	1994,0	209,298
1987,0	205,833	1995,0	209,793

Observație. În exemplul de aplicare a metodei Grigull la Neptun, menționat la istoric, precizia (internă) se poate caracteriza prin eroarea medie dintr-o singură determinare — calculată din :

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum (L - L_0)}{n}} = \pm 27''.8$$

și prin eroarea medie a mediei aritmetice — dată de

$$\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \pm 12''.12.$$

În cazul nostru, deși metoda folosită este aceeași, iar numărul cometelor utilizate este mai mic — ceea ce ne dezavantajează — precizia este sensibil mai ridicată :

$$\bar{\alpha} = \pm 17^{\circ}.42 \quad \text{și} \quad \sigma = \pm 8^{\circ}.71.$$

Acest lucru se datorește faptului că, la exprimarea datelor, am folosit și fracțiunile de an, neglijate în exemplul Grigull.

4. Poziția orbitei lui X_1 . Calculul elementelor (Ω, i) .

În acest punct, ca și în cel următor (forma orbitei) urmăm metoda proprie bazată pe folosirea consecventă a ipotezelor (D) și (E).

Considerând punctele de coordonate sferice ecliptice $(L_i, B_i, p = 1)$ ($i = 1, \dots, 4$) construim planul „cel mai apropiat” (în sensul metodei celor mai mici pătrate) de aceste puncte și trecînd prin origina sistemului de axe. Luînd axa Ox spre punctul vernal γ (1950,0), — Oz spre polul nord al eclipticii și Oy în planul eclipticii completînd triedrul drept — avem pentru coordonatele carteziene ortogonale ale punctelor :

$$(3) \quad \begin{cases} x_i = \cos B_i \cos L_i \\ y_i = \cos B_i \sin L_i \\ z_i = \sin B_i \end{cases} \quad (i = 1, \dots, 4)$$

Ecuația planului căutat este de forma

$$(4) \quad Ax + By + z = 0$$

în care coeficienții A și B se determină prin metoda celor mai mici pătrate în modul cunoscut. A și B fiind astfel determinați, sistemul

$$(5) \quad \begin{cases} Ax + By + z = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

ne dă intersecția planului orbitei planetei (π_x) cu planul XOY al eclipticii. Avem :

$$(6) \quad y : x = -(A : B) = \operatorname{tg} \Omega.$$

Iar înclinația lui π_x pe planul eclipticii este dată de

$$(7) \quad \cos i = \frac{1}{\pm \sqrt{A^2 + B^2 + 1}}$$

În cazul nostru, rotunzînd valorile lui L_i, B_i din tabelul 1 pînă la 1° — ceea ce asigură o precizie suficientă — obținem pentru coordonatele carteziene ale punctelor Q_i ($L_i, B_i, 1$) (care, de fapt, ne dau direcțiile Soare—afeliu) — următoarele valori :

$$Q_1 \begin{cases} x_1 = +0.92 \\ y_1 = -0.39 \\ z_1 = +0.02 \end{cases} \quad Q_2 \begin{cases} x_2 = -0.92 \\ y_2 = -0.39 \\ z_2 = -0.02 \end{cases} \quad Q_3 \begin{cases} x_3 = -0.65 \\ y_3 = -0.72 \\ z_3 = +0.22 \end{cases} \quad Q_4 \begin{cases} x_4 = +0.51 \\ y_4 = +0.63 \\ z_4 = -0.59 \end{cases}$$

Deci, ecuațiile de condiție (înmulțite cu 100) sînt :

$$\begin{cases} 92 A - 39 B + 2 = 0 \\ -92 A - 39 B + 2 = 0 \\ -65 A - 72 B + 22 = 0 \\ 51 A + 63 B - 59 = 0 \end{cases}$$

iar ecuațiile normale corespunzătoare (împărțite prin 1000) sînt :

$$\begin{cases} 24 A + 8 B = 4 \\ 8 A + 12 B = 5 \end{cases}$$

Rezolvarea lor ne dă :

$$A = 0,036, B = 0,393$$

și deci ecuația carteziană a planului orbitei lui X₁ este

$$(\pi_x) 0,036 x + 0,393 y + z = 0.$$

Cu privire la unghiul Ω care are $\operatorname{tg} \Omega = 0 - \frac{0,036}{0,393}$ avem două po-

sibilități : fie $\Omega = 354^\circ 46' 38''$ avînd $\sin \Omega < 0$ și $\cos \Omega > 0$, fie $\Omega = 174^\circ 46' 38''$ cu $\sin \Omega > 0$ și $\cos \Omega < 0$. Care dintre ele corespunde nodului ascendent al orbitei lui X₁ ? Problema se rezolvă prin considerarea latitudinilor punctelor Q₂, Q₃, Q₄ și Q₅ (vezi tabelul 1) pe care planeta X₁ le parcurge, în mișcarea sa orbitală, în această ordine. Se vede că primele 3 puncte au B_i > 0 iar Q₄ are B_i < 0. Or, trecînd de la L₁ $\approx 52^\circ$ la L₂ $\approx 203^\circ$ — planeta X₁ trece prin punctul cu longitudinea de $\approx 175^\circ$ cînd latitudinea sa devine din negativă — pozitivă. Așadar, longitudinea nodului ascendent este, în afară de orice dubiu,

$$(8) \quad \Omega = 174^\circ 46' 38'' = 174^\circ, 7772.$$

Pentru înclinația i avem, conform relației (7),

$$(9) \quad \cos i = \pm 0,9313$$

și cum mișcarea planetei X₁ (conform celor de mai sus) este directă — vom alege semnul (+). Deci

$$(10) \quad i = 21^\circ 22' = 21^\circ, 3667.$$

Valoarea mare obținută pentru înclinație nu trebuie să ne mire. Dacă privim atît sistemul solar cunoscut pînă astăzi cît și sistemele sateliților jovieni și saturnieni — constatăm următoarele : în sistemul planetar al Soarelui, Pluton (ultima planetă cunoscută — aflată la 39 u.a.) are și cea mai mare înclinație ($i = 17^\circ, 14$) ; în sistemul jovian primii 5 sateliți (socotiți de la centrul planetei) au înclinații nule (față de planul orbitei lui Jupiter) ca apoi sateliții VI, VII și VIII să aibe res-

pectiv inclinațiile de $28^{\circ} 45'$, $27^{\circ} 58'$, $28^{\circ} 24'$ — sateliții și mai îndepărtați fiind retrograzi ($i > 90^{\circ}$). În sistemul lui Saturn sateliții I—VII au inclinații (față de ecuatorul planetei) mici ($0^{\circ}0'—1^{\circ}6'$) iar următorii sateliți VIII și IX au inclinații de 14° respectiv de 30° . Corespunzător (deși ceva mai puțin regulat) cresc și excentricitățile cu distanța de la corpul central al sistemului. Este ca și cum cauza care produce coplanaritatea și circularizarea orbitelor și-ar micșora intensitatea cu distanța la centrul sistemului.

5. Forma și orientarea în plan a orbitei. Calculul lui e și ω .

Problema se consideră în planul π_r al orbitei. Ecuația polară a orbitei eliptice fiind

$$(11) \quad r = \frac{p}{1 + e \cos(v - \omega)}$$

unde $p = a(1 - e^2)$ este parametrul elipsei, e — excentricitatea, ω — longitudinea periheliului, r — raza vectoare și v — anomalia adevărată.

Vom căuta, tot prin metoda pătratelor minime, valorile lui p , e și ω astfel încât elipsa (11), cu focar în centrul Soarelui, să treacă printre — și cât mai aproape — punctele Q_i de coordonate polare (Q_i , L_i) (din tabelul 1).

Avem deci ecuațiile de condiție

$$(12) \quad p - (e \cos \omega) Q_i \cos L_i - (e \sin \omega) Q_i \sin L_i = Q_i \quad (i = 1, \dots, 4)$$

din care, Q_i și L_i fiind date, avem de determinat valorile cele mai probabile ale necunoscutelelor

$$p, e \cos \omega \text{ și } e \sin \omega$$

în care sistemul (12) este liniar. Folosind datele tabelului 1, unghiurile fiind rotunjite la 1° iar distanțele la 1 u.a., și ținând seama de cadranele unghiurilor L_i obținem ecuațiile de condiție :

$$(12'') \quad \begin{cases} p - 67(e \cos \omega) + 28(e \sin \omega) = 73 \\ p + 69(e \cos \omega) + 29(e \sin \omega) = 75 \\ p + 54(e \cos \omega) + 60(e \sin \omega) = 81 \\ p - 52(e \cos \omega) - 65(e \sin \omega) = 83 \end{cases}$$

cu ecuațiile normale corespunzătoare :

$$(12''') \quad \begin{cases} 4p + 4(e \cos \omega) + 52(e \sin \omega) = 312 \\ 4p + 14870(e \cos \omega) + 6745(e \sin \omega) = 332 \\ 52p + 6745(e \cos \omega) + 9450(e \sin \omega) = 3634 \end{cases}$$

care, rezolvate, ne dau :

$$(13) \begin{cases} p = 80,681 \\ e \cdot \cos \omega = -0,26125 \\ e \cdot \sin \omega = -0,15376 \end{cases}$$

Ultimele două relații (13) ne dau ușor :

$$(14) \begin{cases} e = 0,30313 \\ \omega = 210^\circ 29' = 210^\circ 483 \end{cases}$$

deoarece, avind $\sin \omega < 0$ și $\cos \omega < 0$ [vezi (13)] — unghiul ω se găsește în cadranul al 3-lea.

Dacă am accepta valoarea lui p din prima egalitate (13) am obține, din relațiile clasice, $a_x = 88,855$ și perioada $P_x = 837^a$, 6 care contrazic pe cele admise inițial. Pentru a respecta deci ipotezele (C) și (E) vom reține elementele (14) și vom înlocui pe p din (13) prin valoarea ce corespunde lui $a_x = 75$ u.a. — acceptată inițial, adică prin $P = 68,100$ u.a.

În fine, pentru momentul cel mai probabil al trecerii la periheliu, T_x , îl luăm pe cel rezultat din cometa (C₂) :

$$(15) T_x = 1857,647.$$

Așa dar, în final, elementele gaussiene cele mai probabile ale primei planete transplutonice X_1 sînt :

$$(16) \begin{cases} i = 21^\circ,366 = 21^\circ 22' \\ \Omega = 174^\circ,777 = 174^\circ 47' \\ \omega = 210^\circ,483 = 210^\circ 29' \\ a_x = 75,000 \text{ u.a.} \\ e = 0,30313 \\ T_x = 1857,647. \end{cases}$$

G. Calculul efemeridei geocentrice a lui X_1 pentru anul 1981.

Pentru următoarele date din 1981 :

$t_1 = 1,5 \text{ ian.} = 1981,002$	$t_7 = 3,5 \text{ iul.} = 1981,502$
$t_2 = 3,5 \text{ feb.} = 1981,091$	$t_8 = 2,5 \text{ aug.} = 1981,585$
$t_3 = 2,5 \text{ mrt.} = 1981,165$	$t_9 = 1,5 \text{ sept.} = 1981,667$
$t_4 = 1,5 \text{ apr.} = 1981,248$	$t_{10} = 1,5 \text{ oct.} = 1981,749$
$t_5 = 1,5 \text{ mai} = 1981,330$	$t_{11} = 3,5 \text{ nov.} = 1981,839$
$t_6 = 3,5 \text{ iun.} = 1981,420$	$t_{12} = 3,5 \text{ dec.} = 1981,922$

anomaliele medii sînt :

$M_1 = 61^\circ,061$	$M_5 = 61^\circ,223$	$M_9 = 61^\circ,390$
$M_2 = 61^\circ,105$	$M_6 = 61^\circ,258$	$M_{10} = 61^\circ,430$
$M_3 = 61^\circ,141$	$M_7 = 61^\circ,276$	$M_{11} = 61^\circ,475$
$M_4 = 61^\circ,173$	$M_8 = 61^\circ,349$	$M_{12} = 61^\circ,516$

iar anomaliile excentrice, calculate din ecuația lui Kepler cu $e = 57^{\circ},29578 = 17^{\circ},368$ ($\log 17,368 = 1,23975$), sînt :

$$\begin{array}{lll} E_1 = 78^{\circ},052 = 78^{\circ} 3' & E_5 = 78^{\circ},218 = 78^{\circ} 13' & E_9 = 78^{\circ},396 = 78^{\circ} 24' \\ E_2 = 78^{\circ},099 = 78^{\circ} 6' & E_6 = 78^{\circ},255 = 78^{\circ} 15' & E_{10} = 78^{\circ},445 = 78^{\circ} 27' \\ E_3 = 78^{\circ},134 = 78^{\circ} 10' & E_7 = 78^{\circ},273 = 78^{\circ} 17' & E_{11} = 78^{\circ},493 = 78^{\circ} 30' \\ E_4 = 78^{\circ},179 = 78^{\circ} 10' & E_8 = 78^{\circ},354 = 78^{\circ} 20' & E_{12} = 78^{\circ},530 = 78^{\circ} 32' \end{array}$$

Coordonatele polare din planul orbitei : anomalia adevărată φ și raza vectorială r le calculăm din relațiile

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \operatorname{tg} \frac{E}{2} \operatorname{tg} \left(45^{\circ} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$r = a_x (1 - e \cos E)$$

în care $\sin \varphi = e$ adică, în cazul nostru,

$$\log \sin \varphi = 1,48159; \quad \varphi = 17^{\circ}39'; \quad \frac{\varphi}{2} = 8^{\circ}49';$$

$$\log \operatorname{tg} \left(45^{\circ} + \frac{\varphi}{2} \right) = 0,13582.$$

Cu relațiile și valorile de mai sus se obține :

$v_1 = 95^{\circ} 52'$	$v_5 = 96^{\circ} 2'$	$v_9 = 96^{\circ} 11'$
$r_1 = 70,292$	$r_5 = 70,358$	$r_9 = 70,429$
$v_2 = 95^{\circ} 56'$	$v_6 = 96^{\circ} 4'$	$v_{10} = 96^{\circ} 18'$
$r_2 = 70,312$	$r_6 = 70,370$	$r_{10} = 70,448$
$v_3 = 95^{\circ} 58'$	$v_7 = 96^{\circ} 6'$	$v_{11} = 96^{\circ} 20'$
$r_3 = 70,325$	$r_7 = 70,383$	$r_{11} = 70,468$
$v_4 = 96^{\circ} 0'$	$v_8 = 96^{\circ} 10'$	$v_{12} = 96^{\circ} 22'$
$r_4 = 70,338$	$r_8 = 70,403$	$r_{12} = 70,481$

Aceste coordonate polare (la care indicii corespund celor de la momentele t_i) constituie efemerida heliocentrică (în planul orbitei) a lui X_1 .

Pentru calculul efemeridei geocentrice în coordonate ecuatoriale care să poată servi nemijlocit pentru observații — folosim metoda lui Gauss. Constantele gaussiene le calculăm din :

$$n \sin N = \sin i$$

$$n \cos N = \cos i \cos \Omega$$

$$b \sin B = \sin \Omega \cos \varepsilon$$

$$b \cos B = n \cos (N + \varepsilon)$$

$$a \sin A = \cos \Omega$$

$$a \cos A = -\sin \Omega \cos \varepsilon$$

$$c \sin C = \sin \Omega \sin \varepsilon$$

$$c \cos C = n \sin (N + \varepsilon)$$

în care ε este înclinația ecuatorului pe ecliptică $= 23^{\circ} 27'$. Efectuînd

calculul logaritmice cu elementele (15) se obține

$$N = 158^\circ 33'$$

$$B = 184^\circ 47'$$

$$\log n = \bar{1},99839$$

$$\log b = 0,000013$$

$$A = 265^\circ 8'$$

$$C = 226^\circ 8'$$

$$\log a = \bar{1},9997$$

$$\log c = \bar{2},70059$$

Calculul a fost verificat prin relația cunoscută

$$\frac{ba \sin (B-C)}{a \cos A} = -\lg i$$

concordanța fiind foarte bună (corespunzând unei erori de $\pm 1'$).

Coordonatele rectangulare ale Soarelui sînt, pentru momentele alese :

Data	X	Y	Z	Data	X	Y	Z
t_1	+0,1644	-0,8857	-0,3843	t_7	-0,1938	+0,9155	+0,3971
t_2	+0,6731	-0,6601	-0,2688	t_8	-0,6469	+0,7171	+0,3110
t_3	+0,8390	-0,2908	-0,1261	t_9	-0,9385	+0,3397	+0,1473
t_4	+0,9804	+0,1780	+0,0772	t_{10}	-0,9917	-0,1235	-0,0536
t_5	+0,7656	+0,6009	+0,2609	t_{11}	-0,7542	-0,5998	-0,2562
t_6	+0,3078	+0,8889	+0,3855	t_{12}	-0,3250	-0,8536	-0,3702

Coordonatele ecuatoriale geocentrice (α, δ) ale lui X_1 se obțin din

$$\lg \alpha = (rb \sin (B + \omega + v) + Y) : (ra \sin (A + \omega + v) + X)$$

$$\lg \delta = (rc \sin (C + \omega + v) + Z) : (rb \sin (B + \omega + v) + Y) \operatorname{cosec} \alpha$$

Se obține, folosind datele noastre :

Efemerida geocentrică a lui X_1 pe anul 1981:

t	α	δ
ian. 1,5	$125^{\circ} 3' = 8^h 20^m 12^s$	$+0^{\circ} 4'$
feb. 3,5	$124^{\circ} 38' = 8^h 18^m 32^s$	$+0^{\circ} 4'$
mar. 2,5	$124^{\circ} 10' = 8^h 16^m 40^s$	$+0^{\circ} 18'$
apr. 1,5	$124^{\circ} 3' = 8^h 16^m 12^s$	$+0^{\circ} 28'$
mai 1,5	$124^{\circ} 3' = 8^h 16^m 12^s$	$+0^{\circ} 38'$
iun. 3,5	$124^{\circ} 16' = 8^h 17^m 4^s$	$+0^{\circ} 44'$
iul. 3,5	$124^{\circ} 40' = 8^h 18^m 40^s$	$+0^{\circ} 45'$
aug. 2,5	$125^{\circ} 10' = 8^h 20^m 40^s$	$+0^{\circ} 40'$
sep. 1,5	$125^{\circ} 39' = 8^h 22^m 36^s$	$+0^{\circ} 31'$
oct. 1,5	$126^{\circ} 0' = 8^h 24^m 0^s$	$+0^{\circ} 20'$
nov. 3,5	$126^{\circ} 6' = 8^h 24^m 24^s$	$+0^{\circ} 10'$
dec. 3,5	$126^{\circ} 37' = 8^h 26^m 28^s$	$+0^{\circ} 3'$

Planeta X_1 , dată fiind marea ei depărtare de Soare și de Pământ, este puțin probabil să poată fi observată în modul obișnuit. Se poate totuși încerca depistarea ei fotografică cu un astrograf luminos și cu un câmp nu prea mic luându-se două clișee — de preferință pe la începutul lui mai și la sfârșitul lui decembrie cind distanța unghiulară dintre cele două poziții (în ascensie dreaptă) este maximă, de circa $2^{\circ} 5'$. Reușita ar putea fi mai sigură dacă fotografiile s-ar obține din satelit. Totul depinde aici de magnitudinea lui X_1 asupra căreia nu putem, desigur, să facem nici un pronostic.

ORBITE DE LA PLANÈTE TRANSPLUTONNIENE X_1

Résumé

En reprenant une idée de C. Flammarion, publiée en 1879, et un procédé de Th. Grigull (de 1902) fondé sur cette idée, nous l'avons appliqué à l'ensemble des comètes périodiques ayant les distances aphéliques d'environ 75 u.a. Pour obtenir les éléments gaussiennes de l'orbite nous avons élaboré une méthode fondée sur deux hypothèses logiquement acceptables. On donne les éléments de l'orbite (18). On calcule ensuite l'éphéméride de l'hypothétique planète pour l'an 1981.

Bibliografie

1. WILLY LEY : The Watchers of the Skies, 1962, New York (trad. în l. română : „Observatorii Cerului” de V. Nadolschi).
2. V. NADOLSCHI : Catalog de orbite cometae eliptice (sub tipar în Bul. Muzeului de Șt. Nat. — Bacău).
3. V. NADOLSCHI : Asteroizi și Comete, Ed. Albatros, 1971, București.
4. T. RAKOWIECKI : Drogi planet i komet, vol. I, 1928 ; vol. II, 1930, Varșovia.
5. N. RICHTER : Statistik u. Physik der Kometen, 1954, Leipzig.

Ardeșani — Bacău
28.III.1980