L) În modelul de univers al lui Einstein, ca și în versiunile dinamice ale acestuia, o constantă fundamentală, care trebuie calculată sau determinată din observații astronomice, este numărul de atomi din univers. Singurul calcul întreprins vreodată este cel al lui Eddington. El se bazează pe o teorie cuantomecanică a însuși procesului de măsură a entităților fizice, și prezintă un înalt grad de confidență, care provine nu numai din eleganța matematică remarcabilă, ci și din faptul că transpune, în limbajul operatorial specific, demersul uman intim asociat cu actul de măsură. Vom sintetiza în continuare aspectele principale ale demonstrației lui Eddington. Să considerăm mai întîi un punct geometric. Acesta este un concept neanalizabil, care nu are „nici o parte și nici o mărime" și al cărui atribut primitiv este dichotomia „existență sau nonexistență". Lui îi asociem „simbolul da—nu". Simbolul de existență, J_r, al entității numărul r, are două și numai două valori proprii — o valoare proprie a stării „da", a_{r_1}, și o valoare proprie a stării „nu", a_{r_0}. Ecuația caracteristică a simbolului va fi, prin urmare

$$(J_r - a_{r_1})(J_r - a_{r_0}) = 0. \qquad (205)$$

Să introducem acum notația $J_r - a_{r_0} \equiv \Psi$. Ecuația precedentă poate fi transcrisă sub forma $J_r\Psi = a_{r_1}\Psi$, specifică în mecanica cuantică. Putem deci afirma că $J_r - a_{r_0}$ este reprezentarea simbolică a entității însăși și joacă un rol similar cu funcția de undă din mecanica cuantică. Dacă valoarea proprie nu este definită, convenim să spunem că entitatea are o „existență parțială", într-o structură investigată, și îi asociem o probabilitate de existență. Trecînd la măsurarea unor mărimi mai complexe (poziții, viteze), trebuie specificat că noi observăm de fapt numai poziții și viteze relative. În consecință, o coordonată observabilă sau impuls observabil implică totdeauna două entități fizice. O măsurătoare a unei atari mărimi fizice implică patru entități — două pentru a procura observabila zisă „măsurabilă" și două pentru a procura observabila de referință, utilizată ca standard (unitate de măsură). Simbolul asociat unei mărimi măsurabile primitive (de simplitate maximă) va fi deci constituit din patru entități cu atribute de existență independente. Fiecăruia dintre cele patru entități i se asociază un dublet de stări „da—nu". Simbolul există numai cînd toate cele patru entități există. Prin extensiune, se admite că simbolul de existență al respectivei mărimi este de forma

$$M = J_r J_s J_t J_u, \tag{206}$$

în care multiplicarea este comutativă. M are 16 valori proprii ($16 \equiv 2^4$), din care a_{r_1}, a_{s_1}, a_{t_1}, a_{u_1} este valoarea proprie a stării „da" și toate celelalte 15 valori proprii corespund stării „nu". În consecință, trăsătura caracteristică a unei mărimi măsurabile este aceea că are 15 modalități de nonexistență. Numim aceasta o „mărime măsurabilă tensorială", iar rețeaua de măsurători constituie tensorul ei de măsură. Simbolul de existență al mărimii măsurabile (efectiv) va fi, prin extensiune

$$M' = (J_r - a_{r_0})\,(J_s - a_{s_0})(J_t - a_{t_0})\,(J_u - a_{u_0}); \tag{207}$$

M' are, ca și M, 16 valori proprii. Mărimea măsurabilă este reprezentată prin produsul exterior al celor patru entități constituente. În continuare, se admite existența unei „structuri fine" irelevante, pentru fiecare din cele 16 valori proprii amintite. Ca atare, o măsurabilă are o măsură unică, dar mai multe măsurabile pot avea aceeași măsură, X_q. Se introduce atunci simbolul de ocupare K_q. Valoarea proprie a lui K_q este numărul de măsurabile în starea X_q. Lui K_q i se asociază K'_q, „operandul de ocupare", în același mod în care lui M_p i se aosciază M'_p. Valorile proprii ale lui K_q sînt numere întregi și pozitive, sau zero. Ținînd seama de faptul că universul este deja umplut cu particule (electroni și protoni) se modifică definiția lui K_q, astfel încît valoarea sa proprie să reprezinte excesul de ocupare, față de un număr mare, întreg, $\frac{1}{2}n$, nespecificat apriori. Valorile lui K_q sînt atunci numere întregi, pozitive și negative, sau echivalent (pentru $n \to \infty$) rădăcinile ecuației $\sin \pi K = 0$. Ecuația caracteristică (limită) a simbolului K va fi deci

$$\sin \pi K = 0. \tag{208}$$

Potrivit regulei după care o structură este reprezentată ca produsul părților ei, dacă K'_1 reprezintă ocupația de către o măsurabilă în exces, atunci $(K'_1)^m$ va reprezenta ocupația de m măsurabile în exces. Deoarece

$$m(K'_1)^m = \frac{\partial}{\partial(\log K'_1)}\,(K'_1)^m, \tag{209}$$

punînd $K_1' = e^{i\vartheta}$, rezultă pentru operatorul K forma $K = -i\dfrac{\partial}{\partial\vartheta}$; ϑ este un nou simbol (nu un număr!). Dar

$$e^{\pi\frac{\partial}{\partial\vartheta}} f(\vartheta) - e^{-\pi\frac{\partial}{\partial\vartheta}} f(\vartheta) = (e^{\pi iK} - e^{-\pi iK})\, f(\vartheta) = 2i(\sin\pi K)\, f(\vartheta) = 0. \tag{210}$$

În plus,

$$e^{\pm\pi\frac{\partial}{\partial\vartheta}} f(\vartheta) = f(\vartheta \pm \pi), \Rightarrow f(\vartheta + \pi) = f(\vartheta - \pi), \tag{211}$$

astfel încît $\vartheta + \pi$ este un simbol indistinct față de $\vartheta - \pi$, proprietate ce sugerează posibilitatea de a reprezenta pe ϑ prin unghiuri geometrice. Se asimilează deci ϑ cu unghiul de rotație (în plan) și se aplică teoria grupurilor de rotație. Trebuie însă selectat, din grupurile de rotație cunoscute, pe acela în care rotațiile sînt reprezentate prin simboluri cu 16 valori proprii. Acesta este grupul care definește așa-zisul „reper dublu" EF. Operatorii lui sînt matrici 16×16. Construcția acestui grup este în esență următoarea. Mai întîi se construiește grupul „reperului simplu" cu ajutorul tablei de comutare

$$E_{\mu\nu}E_{\mu\nu} = -1,\ E_{\mu\sigma}E_{\nu\sigma} = -E_{\nu\sigma}E_{\mu\sigma} = E_{\mu\nu}, E_{\mu\nu}E_{\sigma\tau} = E_{\sigma\tau}E_{\mu\nu} = E_{16}E_{\lambda\rho}, \tag{212}$$

în care nu se folosește convenția de însumare, iar $(\mu, \nu, \sigma, \tau, \lambda, \rho)$ formează o permutare pară a setului (0, 1, 2, 3, 4, 5). $E_{\mu\nu}$ sînt celebrele numere E ale lui Eddington. Există în total 16 atari simboluri. Reprezentarea matricială de bază (de dimensionalitate minimă) a numerelor E se poate face prin matrici 4×4, construibile exclusiv cu ajutorul matricilor σ_k (de dimensionalitate 2) ale lui Pauli. Pentru scopul urmărit de noi trebuie însă luată reprezentarea de dimensionalitate 16 (imediat următoare). Se utilizează, de asemenea, și o indexare simplă — corespondența fiind următoarea: $E_{15} \to E_1$, $E_{25} \to E_2$, $E_{35} \to E_3$, $E_{45} \to E_4$, $E_{01} \to E_5$, $E_{02} \to E_6$, $E_{03} \to E_7$, $E_{04} \to E_8$, $E_{23} \to E_9$, $E_{31} \to E_{10}$, $E_{12} \to E_{11}$, $E_{14} \to E_{12}$, $E_{24} \to E_{13}$, $E_{34} \to E_{14}$, $E_{05} \to E_{15}$, $E_{16} \to E_{16}$. Un „dublu reper" va consta din 256 simboluri $E_\mu F_\nu (\mu, \nu = 1, 2, \ldots 16)$, în care E_μ, F_ν formează 2 „repere simple", echivalente, care ascultă, fiecare, de tabla de multiplicare (212). În plus, se adaugă condițiile

$$E_{16} = \pm i,\ F_{16} = \pm i,\ E_\mu F_\nu - F_\nu E_\mu = 0. \tag{213}$$

Ca și în cazul numerelor E, se utilizează și pentru numerele EF o indexare simplă $(EF)_\mu \equiv EF_\mu$ $(\mu = 1, 2, \ldots 256)$. Deoarece suma și produsul a două numere EF sînt tot numere EF, aceste numere formează o algebră închisă. Un număr T este de tip EF dacă poate fi scris sub forma

$$T = \sum_{1}^{16} \sum_{1}^{16} E_\mu F_\nu t_{\mu\nu} = \sum_{1}^{256} EF_\mu t_\mu. \tag{214}$$

Revenind la simbolul ϑ, conjectura lui Eddington despre reprezentarea simbolică a mărimii măsurabile se concretizează în expresia operațională

$$\hat{\vartheta} = \Sigma EF_\mu \vartheta_\mu, \tag{215}$$

unde însumarea se efectuează peste un subset de simboluri EF, comutative, deoarece totdeauna este posibil să se găsească un simbol propriu, comun pentru un set de matrici comutative. Așadar, $\hat{\vartheta}$ reprezintă, într-un mod general, o sumă de rotații în diferite plane simbolice, supuse restricției ca simbolurile asociate planelor să aibă un simbol propriu comun. Planele ale căror simboluri comută se numesc (prin definiție) antiperpendiculare, astfel încît $\hat{\vartheta}$ este format din componente în plane antiperpendiculare. Cum valorile proprii ale simbolurilor EF sînt ± 1, rezultă că valoarea proprie a simbolului $\hat{\vartheta}$ este

$$\vartheta = \Sigma (\pm \vartheta_\mu), \tag{216}$$

unde combinațiile de semne nu sînt complet arbitrare, datorită relațiilor între valorile proprii simultane ale operatorilor EF_μ. Următorul pas hotărîtor, în edificarea unei teorii cuantice a măsurătorii, ar fi distincția între măsură și măsurabilă. Potrivit lui Eddington, o măsură X_q ar consta dintr-o rețea de numere $x_{q_1}, x_{q_2}, \ldots$ O atare rețea se reprezintă de obicei printr-o sumă simbolică $X_q = \Sigma_r A_r x_{q_r}$, în care simbolurile A_r determină pozițiile în rețea. Interpretarea fizică a notației nu este însă posibilă dacă A_r nu sînt definiți în termenii unor simboluri, ale căror relații de grup să formeze o structură bine definită. Eddington clarifică acest aspect, admițînd că X_q sînt numere EF (de tip 214). Din cele 256 simboluri $E_\mu F_\nu$, 136 sînt reale și 120 imaginare. Simbolurile reale sînt cele 100 de produse, ale celor 10 simboluri E_μ imaginare, cu cele 10 simboluri F_ν imaginare, plus 36 produse ale celor 6 simboluri E_μ reale cu cele 6 simboluri F_ν reale. Corespunzător, se introduce un spațiu de fază de dimensionalitate 136, asociat cu un „reper dublu", EF. Vectorul de poziție în spațiul de fază va fi dat de formula

$$X = \Sigma' EF_\mu x_\mu, \tag{217}$$

în care însumarea se face peste simbolurile EF reale. Spațiul de fază se transformă în el însuși prin rotații geometrice în oricare din cele 9180 plane de coordonate. Acestea sînt fie rotaţii adevărate ($X' = q\,Xq^{-1}$), fie pseudo-rotaţii ($X' = q\,Xq$), după cum axele din planele de rotaţie au asociate lor simboluri anticomutative sau comutative. Numerele EF sînt tensori spaţiali de rang 2, proprietate de varianţă ce se întîlneşte şi la mărimile fundamentale cu care operează teoria relativităţii $g_{\mu\nu}$, $T_{\mu\nu}$. De aici se ajunge la inferenţa că măsura de bază care formează un număr EF este tensorul energie. Prin această mărime se înţelege acum versiunea completă, care conţine 136 componente independente (incluzînd tensorul ordinar al energiei, componente de spin, precum şi alte variante consecvenţiale). Entitatea fizică transportoare a tuturor acestor caracteristici se numeşte particulă. Conceptul de particulă apare astfel ca extensiunea naturală a conceptului de mărime măsurabilă. Pentru a avansa în clarificarea raportului între măsură şi măsurabilă, se examinează problema ideală a unui reper simplu, E. Prin orientarea adecvată a axelor în reperul E, orice număr E, avînd toate cele patru valori proprii distincte (caz nedegenerat) poate fi redus la forma antitetradică

$$\mathrm{i}\hat{\vartheta} = E_{\mu\nu}\vartheta_1 + E_{\sigma\tau}\vartheta_2 + E_{\lambda\rho}\vartheta_3 + E_{16}\vartheta_4, \tag{218}$$

în care (μ, ν, σ, τ, λ, ρ) sînt indici diferiţi. Deoarece cei patru termeni din expresia precedentă comută, $\hat{\vartheta}$ va avea componente în patru plane antiparalele. Pe de altă parte, admiţînd că măsura de bază este o „măsură pură", printr-o orientare adecvată a axelor şi o normalizare, ea poate fi transcrisă în forma antitetradică

$$X = -\frac{1}{4}\,\mathrm{i}(E_{\mu\nu} + E_{\sigma\tau} + E_{\lambda\rho} + E_{16})\,; \tag{219}$$

X este o măsură pură cînd elementul $X_{\alpha\beta}$ al matricii asociate este produsul a doi vectori (de undă), adică este de forma $\Psi_\alpha\chi_\beta$.

Cum valorile proprii ale simbolurilor E sînt $\pm$ i, din (218) rezultă

$$\vartheta = \pm\,\vartheta_1 \pm \vartheta_2 \pm \vartheta_3 \pm \vartheta_4. \tag{220}$$

Această valoare proprie ϑ se asociază cu măsurabila (= particula) care transportă măsura de bază, presupusă pură. Prin jocul de semn în (220) se obţin 16 determinări distincte ale mărimii ϑ. Numărul 16, numit constantă de reţea, reprezintă setul de reflexii posibile ale „coordonatei de fază" ϑ într-un spaţiu convenţional, nepitagorean, cu axe antiperpendiculare (comutative). Numărul de reţea al unei măsurabile formează o caracteristică de identificare, independentă de măsură (trecerea de la o măsură pură X_1 la o altă măsură pură X_2 se face printr-o rotaţie Lorentz în reperul E). În concluzie, măsurabila determină complet măsura, dar nu şi invers. Cînd măsura este dată, indeterminarea măsurabilei rezidă în setul discret de ipostazieri indus de ambiguitatea de semn. Măsura se asociază astfel cu un număr E pur, iar setul ipostazelor formează o reţea asociată cu planele antiperpendiculare ale numărului pur E. Transpunerea acestor raţionamente, în cazul reperului EF, comportă puţine modificări. Expresia generală a unui număr EF (reprezentat printr-o matrice 16×16) este reductibilă, printr-o alegere adecvată a axelor în reperul EF, la forma

$$\hat{\vartheta} = \Sigma E_\alpha F_\beta \vartheta_{\alpha\beta} (\alpha,\ \beta = 1, 2, 3, 4), \tag{221}$$

unde (E_1, E_2, E_3, E_4) şi (F_1, F_2, F_3, F_4) sînt antitetrade, cu condiţia ca toate valorile proprii să fie distincte. Cele 16 simboluri din (221) comută între ele şi definesc 16 plane antiperpendiculare. Ele au simboluri proprii ortograde şi retrograde comune, al căror produs exterior formează un număr EF pur, notat cu X. Dacă X este normalizat prin cerinţa de idem-potenţă, atunci forma lui devine $X = -\frac{1}{16} \Sigma E_\alpha F_\beta$. Aceasta este măsura care se atribuie lui $e^{s\vartheta}$. Deoarece acum numărul componentelor coordonatei de fază este 16, constanta de reţea va fi, corespunzător, 2^{16}. Această constantă încă nu este cea care ne trebuie în evaluarea numărului cosmic. Eddington opinează pentru trecerea la un număr $EFGH$ (reper cvadruplu), argumentînd că de fapt ceea ce se măsoară este un „tensor relativ". Acesta este raportul formal a doi tensori observabili, $T_{\mu\nu}$, $T'_{\mu\nu}$. Cum relaţia (covariantă) care leagă doi tensori de rang 2 este un tensor de rang 4: $T_{\mu\nu} = U^{\sigma\tau}_{\mu\nu} T'_{\sigma\tau}$, măsura standard va fi un tensor de rang 4 sau — în limbaj simbolic — un număr $EFGH$. Prin adoptarea reperului $EFGH$, numărul planelor antiperpendiculare, reprezentate prin $E_\alpha F_\beta G_\gamma H_\delta$ $(\alpha, \beta, \gamma, \delta = 1, 2, 3, 4)$ ajunge la 256. Corespunzător, numărul componentelor coordonatei de fază devine şi el 256, iar constanta de reţea devine un număr gigant, 2^{256}. Operaţia de trecere $EF \rightarrow EFGH$ este numită cu termenul sugestiv de „superamplificare". În etapa următoare de edificare a teoriei sale, Eddington caracterizează măsurabila în exces prin faptul că posedă un număr de reţea distinctiv. În scopul de a defini riguros excesul, el introduce ca nivel de referinţă un fond plin şi neted al universului , numit uranoid. Deoarece nu toate particulele din univers pot fi considerate, simultan, „în exces", se introduc particule care — deşi nu sînt neapărat în exces — au caracteristici similare acestora (fază şi număr de reţea). Atari particule sînt de tip Bose — Einstein. În cazul lor, dacă $e^{s\vartheta}$ caracterizează din punct de vedere cuantomecanic o măsurabilă (particulă) în exces, atunci $e^{ik\vartheta}$ va caracteriza, în mod colectiv, k măsurabile în exces (prin aceeaşi fază ϑ şi acelaşi număr de rețea g). În consecință, k măsurabile pot fi privite ca una singură cu pondere (multiplicitate) k (expresie a condensării bosonice). Ca și la particulele în exces, se admite că și la particulele Bose — Einstein nu există cazuri în care mai multe faze să fie asociate cu un același număr de rețea — ocupația multiplă fiind indicată prin lungimea de undă și nu prin coexistența mai multor faze. Avem de-a face cu trei criterii de discriminare: q designație pentru măsură (energie), k pentru ocupația cantitativă (multiplicitate) și g pentru ocupația calitativă (ipostazierea fazei). Toate aceste 3 numere (cuantice) caracterizează „starea" S_{qgk}. Prin definiție, „particulă" se numește măsurabila care „transportă" o triadă qgk. Particulele Bose — Einstein pot fi privite fie ca ocupante ale stărilor S_{qgk}, fie ca și k ocupante de stări S_{qg}. Se introduce un simbol de ocupare, J_{qgk}, ale cărui valori proprii sînt 1 sau 0 (deoarece două ocupante de multiplicitate k, avînd același număr de rețea, se vor contopi într-o ocupantă de multiplicitate $2k$). Ocupația totală a măsurii X_q este atunci $\Sigma_g k J_{qgk}$, iar K_q este excesul acesteia peste o anumită ocupație standard. Considerînd un univers compus din hidrogen (atomic), putem lua $k = 1$. Atunci, dacă notăm cu n constanta de rețea și cu nx ocupația standard, putem scrie

$$K_q = \Sigma_g J_{qg} - nx = \Sigma_g (J_{qg} - x). \tag{222}$$

Dacă $x = \frac{1}{2}$, valorile proprii ale lui $J_{qg} - x$ vor fi $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ și $0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$. Corespunzător, valorile proprii ale lui K_q vor fi numere întregi, cuprinse între $-\frac{1}{2}n$ și $+\frac{1}{2}n$, iar ecuația caracteristică a lui K_q ia forma

$$K \prod_{r=1}^{r=\frac{1}{2}n} \left(1 - \frac{K^2}{r^2}\right) = 0. \tag{223}$$

Or, pentru $n \to \infty$, aceasta converge spre ecuația $\sin \pi K = 0$. Convergența are loc numai dacă $x \to 1/2$, cînd $n \to \infty$. Deoarece n este deja foarte mare, putem admite pentru x valoarea $1/2$. Atunci operația devine

$$K_q = \Sigma_g Y_{qg}, \quad Y \equiv J - \frac{1}{2}; \tag{224}$$

Y este identificat cu factorul de ocupare de tip Bose — Einstein, iar J cu factorul de ocupare de tip Fermi — Dirac, deoarece ocupația

Bose — Einstein a stărilor S_{qg} se măsoară față de o ocupație inițială $\frac{1}{2}$, în timp ce ocupația Fermi - Dirac se măsoară față de o ocupație inițială 0. Dacă vom considera pe q ca pe o caracteristică majoră, iar pe g ca pe o caracteristică minoră a stării S_{qg}, atunci — renunțînd la segregarea după g — stările S_{qg} vor degenera într-o stare S_q, de multiplicitate n, identică cu măsura X_q. Ocupația ei va fi $K_q = \Sigma_g Y_{qg}$ (se admite că fazele sînt incoerente). Pînă acum am tratat o măsură ca un număr, asociat cu două observabile. Dar, pentru interpretarea mai adecvată a procesului de măsură, trebuie introdus un concept nou — „gradarea" (sau „extensiunea", care determină în ultimă instanță liniaritatea scalei). Gradarea este o „observare" care este corelată cu „observabila" în același fel în care „măsura" este legată de „măsurabilă." O lungime poate fi interpretată (conceptual) ca raportul dintre extensiunea lungimii brute și extensiunea lungimii etalon. Analiza logică a procesului de măsură implică astfel — în afara celor 4 entități — un extraconcept, notat cu Z. Whitehead îl numește „bază de uniformitate", iar Eddington „cîmp metric". Abia în conjuncție cu Z observabilele dobîndesc caracteristici numerice. Finitudinea lui N (numărul de particule din univers) este corelată cu faptul că în univers nu există o atare bază, cu precizie indefinită. De aici apare o incertitudine care se repercutează asupra gradației etalonului de măsură. Deoarece mărimile fizice sînt „măsurabile" care au dimensiuni fizice, incertitudinea etalonului se transferă, în ultimă instanță, asupra lor („măsuri deplasate"). În loc de „măsuri" și „observări", se pot introduce, echivalent, noțiunile de măsuri standard (fizice) și măsuri ideale (cu scală exactă). Mai departe, măsura implicată în problema de structură (prin numere EF) este un tensor de energie, a cărui componentă tipică este densitatea, astfel încît este interesant de văzut mai întîi cum operează noile concepte în acest caz. Măsura densității (sau densitatea standard) este raportul ρ/ρ' a două observări de densitate (ρ — densitatea sistemului obiect, care s-ar măsura cu o scală exactă; ρ' — densitatea sistemului etalon, care s-ar măsura, de asemenea, cu o scală exactă). Variații ale măsurii (ρ/ρ') pot proveni fie de la ρ, fie de la ρ', fără posibilitate de a le distinge (deoarece, neexistînd o scală exactă, ρ și ρ' nu pot fi convertite separat din observări în măsuri — singur raportul lor fiind o măsură). Extinzînd raționamentul la tensorul $T_{\mu\nu}$ în întregime, ajungem la concluzia că măsurabila este un raport de tensori de rang 2, adică un tensor de rang 4, respectiv un număr $EFGH$, cu constantă de rețea 2^{256}. Numărul valorilor proprii ale măsurabilei este deci de 256 în loc de 16 (dacă am ignora incertitudinea etalonului — provenită din numărul finit de particule din univers, și care dă o eroare relativă de ordinul de mărime 10^{-29} — atunci ar rezulta o degenerare care, reducînd superamplificarea, ar restrînge numărul valorilor proprii distincte de la 256 la 16, potrivit analizei în termenii numerelor EF). Să revenim acum la problema ocupației (stărilor). Putem afirma că particula în exces (sau particulele care formează un sistem obiect microscopic) se adiționează la o ocupație standard (designată prin uranoid) de $\frac{1}{2}n = \frac{1}{2} \cdot 2^{256}$ particule. Deoarece $\frac{1}{2}n$ se referă la ocupația unei singure măsuri, este de așteptat ca N (numărul de particule din univers) să fie mai mare decît $\frac{1}{2}n$. Putem evita problema dificilă de a opera cu mai multe măsuri în felul următor. Considerăm că toate particulele sînt în repaus și, ca atare, au același tensor de energie. În același timp, pentru a ține seama de constrîngerea impusă, trebuie introdus un factor de multiplicitate. Să considerăm deci o distribuție uniformă de particule în repaus, față de un sistem de coordonate arbitrar. Fie σ densitatea de particule și ρ densitatea de masă. Pe baza teoriei relativității generale, ρ este legat de curbura riemanniană prin relația

$$R = \frac{8\pi G}{c^2}\rho. \tag{225}$$

În scopul de a simula o fluctuație a etalonului de lungime, vom pune $(\mathrm{d}S)^2 = g_{\mu\nu}\,\mathrm{d}x^\mu\,\mathrm{d}x^\nu$, $g^{\mu\nu} = \lambda g'^{\mu\nu}$, unde λ diferă ușor de unitate, iar $g_{\mu\nu}$ are valori numerice date. Deoarece $g_{\mu\nu} = \frac{1}{\lambda}g'_{\mu\nu}$, urmează că simbolurile lui Christoffel $\Gamma^\sigma_{\mu\nu}$, și, odată cu ele, și tensorul de curbură $R_{\mu\nu}$ nu va depinde de λ. Dependența de lambda a lui ρ va fi aceeași ca a lui $g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$, deci ca a lui $g^{\mu\nu}$—adică $\rho \propto \lambda$. Pe de altă parte, deoarece $(\mathrm{d}S)^2 \propto g_{\mu\nu} \propto \frac{1}{\lambda}$ și deoarece $\sigma \propto (\mathrm{d}S)^{-3}$, urmează că $\sigma \propto \lambda^{3/2}$. În consecință, $\sigma \propto \rho^{3/2}$, astfel încît putem scrie

$$\frac{\delta\rho}{\rho_0} = \frac{2}{3}\frac{\delta\sigma}{\sigma_0}. \tag{226}$$

Dar variații ale densității de particule se traduc prin variații aparente ale numerelor de ocupație. Neexistînd o scală absolută, nu vom putea distinge între variații „reale" (datorită particulelor în exces) şi variaţii „fictive" (datorită fluctuaţiei etalonului de măsură). Ca urmare a acestei indiscernabilităţi fundamentale, avem relaţia

$$\frac{\delta\sigma}{\sigma_0}=\frac{K}{\frac{1}{2}n}, \tag{227}$$

în care K este excesul aparent de ocupaţie faţă de fondul standard de ocupaţie $\frac{1}{2}n$. Eliminînd pe $\delta\sigma/\sigma_0$ între relaţiile (226) şi (227) obţinem

$$\frac{\delta\rho}{\rho_0}=\frac{K}{\left(\frac{3}{4}n\right)}. \tag{228}$$

Variaţia densităţii de masă în această relaţie se realizează în circumstanţa în care masa particulei este constantă şi la fel şi volumul universului. Atunci $\delta\rho/\rho_0$ este variaţia relativă a numărului total de particule din univers $\delta N/N$. Punînd $K=1$, obţinem $N=\frac{3}{4}n$. Eddington numeşte acest rezultat „ocupaţia iniţială" a „observării" densitate. Trecerea de la $\frac{1}{2}n$ la $\frac{3}{4}n$ este interpretată ca o consecinţă a trecerii de la ocupante ale măsurii standard (reprezentabilă în termenii tensorilor de rang 4) la ocupante ale măsurii cu scală exactă (reprezentabilă în termenii tensorilor de rang 2). Potrivit teoriei relativităţii generale, dacă la un colectiv de particule se adaugă o extraparticulă, aceasta modificînd metrica va modifica energia (şi deci masa) tuturor celorlalte particule. Pentru a reduce problema la o problemă de adivitate, în care să adăugăm particule la un colectiv de particule cu energie iniţială dată, fără a schimba această energie, trebuie deci să trecem de la $\frac{1}{2}n$ „particule relativiste" la $\frac{3}{4}n$ „particule efective". Pe de altă parte, tensorii de energie nu sînt aditivi. Legea care leagă pe ρ de numărul de „ocupaţie iniţială" este atunci $\rho\propto j^{-1/k}$, în care k este numărul de dimensiuni al spaţiului de fază (numărul de componente independente ale măsurii, capabile de variaţie continuă). Valoarea lui k este fixată la 136 (numărul componentelor reale independente ale tensorului complet al energiei). Atunci $\delta\rho/\rho_0=-\delta j/kj_0=-\delta j/j_0'$, unde $j_0'=kj_0$. Amendamentul de nelinearitate ar corespunde deci trecerii de la $\frac{3}{4}n$ la $\frac{3}{4}nk$. În mod echivalent, aceasta înseamnă că ocupaţia iniţială, j_0, se referă la măsurabile $e^{ik\vartheta}$ de pondere k, pentru a ţine seama de faptul că măsura tensorială nu are o singură componentă ca densitatea, ci k. Deoarece particulele „numărate" prin procedura descrisă de Eddington sînt bosoni de structura cea mai simplă (atomi de hidrogen), analizabili, în mod subsecvent, în termeni de proton şi electron, numărul total de particule (stabile) din univers (electroni + protoni) va fi

$$N = \frac{3}{2}\, nk = \frac{3}{2} \cdot 2^{256} \cdot 136. \tag{229}$$

Această demonstraţie, puţin cam lungă şi cam dificil de urmărit, nu l-a satisfăcut întru totul pe Eddington, care o recomandă cu destulă circumspecţie. Etapele ei principale ar fi următoarele: a) conceptele de mărime măsurabilă şi de măsură; b) descrierea operaţională a procesului de măsură cu ajutorul grupurilor de rotaţie, selectate în mod adecvat; c) conceptul de particulă ca depozitara informaţiei ce se relevă prin procesul de măsură; d) caracterizarea particulei prin numere cuantice; e) conceptul de fond cosmologic (uranoid); f) segregarea între particule Bose-Einstein şi particule Fermi-Dirac; g) superamplificarea reprezentării matriciale şi conceptul de fluctuaţie a etalonului de măsură; h) amendamentul de rigidizare a metricii; i) amendamentul de neaditivitate a energiei şi numărul de componente ale tensorului complet al energiei.